

Serial Number

Roll No. —

SET / सेट :

B

IS-7065

Higher Secondary Supplementary Examination - 2024

हायर सेकेण्डरी पूरक परीक्षा - 2024

उच्च गणित

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Total
Questions : **23**

Total Printed
Pages : **16 Pages**

Time :
3 Hours

Maximum
Marks : **80**

निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर 1-1 अंक निर्धारित हैं।
- (iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (iv) प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (v) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक प्रत्येक 4 अंक का है।

Instructions :

- (i) All the questions are **compulsory**.
- (ii) Subquestions of Question Nos. 1 to 5 carry 1 mark each.
- (iii) Question Nos. 6 to 15 carry 2 marks each.
- (iv) Question Nos. 16 to 19 carry 3 marks each.
- (v) Question Nos. 20 to 23 carry 4 marks each.



1 सही जोड़ी बनाइये :

स्तम्भ 'अ'

स्तम्भ 'ब'

(i) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(a) $a^x \log a$

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(b) $\frac{5}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2}\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$

(iii) $\frac{d}{dx}a^x$

(c) $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2}\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$

(iv) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(d) $\frac{a^x}{\log a}$

(v) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 25}}$

(e) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(vi) $\int a^x dx$ जब समाकलन

(f) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

अचर = 0

(vii) $\int \sqrt{x^2 + 25} dx$

(g) $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$

(h) $\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$

Match the correct pairs :

Column 'A'

Column 'B'

(i) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$

(a) $a^x \log a$.

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

(b) $\frac{5}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2}\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$

(iii) $\frac{d}{dx}a^x$

(c) $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + 25} + \frac{25}{2}\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$

(iv) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$

(d) $\frac{a^x}{\log a}$.

(v) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 25}}$

(e) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$.

(vi) $\int a^x dx$ when constant

(f) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$.

of integration = 0

(vii) $\int \sqrt{x^2 + 25} dx$

(g) $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$.

(h) $\log|x + \sqrt{x^2 + 25}| + c$.



2 निम्नलिखित कथनों में सत्य या असत्य लिखिए:

(i) यदि $A = \{2, 3, 4\}$ हो तो अवयव $(2, 3)$ वाले तुल्यता संबंधों की संख्या 3 है।

(ii) $\sin^{-1} x$ की मुख्य शाखा का परिसर $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ होता है।

(iii) आव्यूह गुणन सदैव क्रम विनिमेय होता है।

(iv) फलन $f, f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 5, x \in R, R$ पर वर्धमान फलन है।

(v) अवकल समीकरण $2x^2 \frac{d^3 y}{dx^3} - 3 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + y = 0$ की कोटि 3 है।

(vi) $\hat{i} \cdot \left(\hat{j} \times \hat{k} \right) + \hat{j} \cdot \left(\hat{k} \times \hat{i} \right) + \hat{k} \cdot \left(\hat{i} \times \hat{j} \right) = 1$

Write true or false in the following statements:

(i) Let $A = \{2, 3, 4\}$, then number of equivalence relation containing $(2, 3)$ is 3.

(ii) The range of principal value branch of $\sin^{-1} x$ is $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(iii) Matrix multiplication is always commutative.

(iv) Function $f, f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 5, x \in R$ is increasing function on R .

(v) Order of differential equation $2x^2 \frac{d^3 y}{dx^3} - 3 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + y = 0$ is 3.

(vi) $\hat{i} \cdot \left(\hat{j} \times \hat{k} \right) + \hat{j} \cdot \left(\hat{k} \times \hat{i} \right) + \hat{k} \cdot \left(\hat{i} \times \hat{j} \right) = 1$

3 प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

(i) रिक्त संबंध को परिभाषित कीजिए।

(ii) $\cos^{-1} \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ का मुख्य मान लिखिए।

(iii) यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, तो $A \cdot A'$ ज्ञात कीजिए।

(iv) $\begin{vmatrix} \cos 20^\circ & \sin 20^\circ \\ \sin 70^\circ & \cos 70^\circ \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(v) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{y}$, ($y \neq 0$) का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(vi) यदि $P(E) = 0.6$ और $P(E \cap F) = 0.2$, तो $P\left(\frac{F}{E}\right)$ का मान लिखिए।

(vii) यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, तो A^2 का मान लिखिए।

Give answer in one word/sentence each :

(i) Define empty relation.

(ii) Write principal value of $\cos^{-1} \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$.

(iii) If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, then find $A \cdot A'$.

(iv) Find the value of $\begin{vmatrix} \cos 20^\circ & \sin 20^\circ \\ \sin 70^\circ & \cos 70^\circ \end{vmatrix}$.

(v) Find general solution of $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{y}$, ($y \neq 0$).

(vi) If $P(E) = 0.6$ and $P(E \cap F) = 0.2$, then write the value of $P\left(\frac{F}{E}\right)$.

(vii) If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, then write the value of A^2 .

4 सही विकल्प चुनकर लिखिए :

(i) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ में

- (a) f एकैकी आच्छादक है
- (b) f बहुएक आच्छादक है
- (c) f एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है
- (d) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है

(ii) यदि $\cos^{-1} x = y$, तो

- (a) $0 \leq y \leq \pi$
- (b) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
- (c) $0 < y < \pi$
- (d) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) $m \times 1$ कोटि का आव्यूह कहलाता है—

- (a) एक स्तंभ आव्यूह
- (b) एक पंक्ति आव्यूह
- (c) एक वर्ग आव्यूह
- (d) एक तत्समक आव्यूह

(iv) यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ हो, तो x बराबर है:

- (a) 6
- (b) ± 6
- (c) -6
- (d) 0

(v) यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right) \neq 0$, तब—

- (a) $A \subset B$
- (b) $A = B$
- (c) $A \cap B = \phi$
- (d) $P(A) = P(B)$

(vi) मान लीजिए सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}| = 3$ और $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$, तब

$\vec{a} \times \vec{b}$ एक मात्रक सदिश है, यदि $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण है:

- (a) $\frac{\pi}{6}$
- (b) $\frac{\pi}{4}$
- (c) $\frac{\pi}{3}$
- (d) $\frac{\pi}{2}$

Choose and write the correct option :

(i) In the function $f : R \rightarrow R$, given by $f(x) = x^2$

- (a) f is one-one onto
- (b) f is many-one onto
- (c) f is one-one but not onto
- (d) f is neither one-one nor onto

(ii) If $\cos^{-1} x = y$, then

- (a) $0 \leq y \leq \pi$
- (b) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
- (c) $0 < y < \pi$
- (d) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) Matrix of order $m \times 1$ is called

- (a) A column matrix
- (b) A row matrix
- (c) A square matrix
- (d) An identity matrix

(iv) If $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$, then x is equal to

- (a) 6
- (b) ± 6
- (c) -6
- (d) 0

(v) If A and B are two events such that $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right) \neq 0$, then

- (a) $A \subset B$
- (b) $A = B$
- (c) $A \cap B = \phi$
- (d) $P(A) = P(B)$

(vi) Let the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ be such that $|\vec{a}| = 3$ and $|\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$, then

$\vec{a} \times \vec{b}$ is a unit vector, if the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is:

- (a) $\frac{\pi}{6}$
- (b) $\frac{\pi}{4}$
- (c) $\frac{\pi}{3}$
- (d) $\frac{\pi}{2}$



- (i) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान _____ है।
- (ii) x के सापेक्ष $\sin 3x$ का अवकलज _____ होता है।
- (iii) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 2 \text{ cm}$ पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर _____ है।
- (iv) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ का समाकलन गुणक _____ है।
- (v) रेखा $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ बिंदु _____ से होकर गुजरती है।
- (vi) यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, तो $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$ होगा।

Fill in the blanks :

- (i) Principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ is _____.
- (ii) The derivative of $\sin 3x$ with respect to x is _____.
- (iii) The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at $r = 2 \text{ cm}$ is _____.
- (iv) The integrating factor of the differential equation $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is _____.
- (v) Line $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ passes through the point _____.
- (vi) If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, then $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

- 6 प्राचल का विलोपन किए बिना $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए यदि $x = 2at^2$, $y = at^4$ । 2

Without eliminating the parameter find $\frac{dy}{dx}$, If $x = 2at^2$, $y = at^4$.

अथवा / OR

$x = 2$ पर फलन $f(x) = 2x + 3$ के सांतत्य की जाँच कीजिए।

Examine the continuity of the function $f(x) = 2x + 3$ at $x = 2$.

- 7 एक घन का आयतन $8 \text{ cm}^3/\text{s}$ की दर से बढ़ रहा है। ज्ञात कीजिए घन का पृष्ठ क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जबकि इसके किनारे की लंबाई 12 cm है। 2
The volume of a cube is increasing at the rate of $8 \text{ cm}^3/\text{s}$. Find the rate at which surface area of the cube is increasing when the length of an edge is 12 cm .

अथवा / OR

वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 2x^2 - 3x$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है।

Find interval in which the function given by $f(x) = 2x^2 - 3x$ is increasing.

- 8 मान ज्ञात कीजिए / Evaluate : 2

$$\int_0^2 x\sqrt{2-x} dx$$

अथवा / OR

मान ज्ञात कीजिए / Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

- 9 सदिश $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 8\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2

Find the projection of vector $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ on the vector

$$\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 8\hat{k}.$$

अथवा / OR

- 12 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ और $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ इस प्रकार है कि $\vec{a} - \lambda \vec{b}$, $\vec{c}$ पर लंब है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that $\vec{a} - \lambda \vec{b}$ is perpendicular to $\vec{c}$, then find the value of λ .

अथवा / OR

मान लीजिए सदिश $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ क्रमशः $a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, $b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$, $c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$ के रूप में दिए हुए हैं तब सिद्ध कीजिए कि

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$$

Let the vectors $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ be given as $a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, $b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$, $c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$, then prove that $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$.

- 13 सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है, परंतु न तो सममित है और न संक्रामक है। 2

Prove that the relation R in the set $\{1, 2, 3\}$ given by

$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ is reflexive but neither symmetric nor transitive.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ एकैकी तथा आच्छादक है।

Prove that the function $f: R \rightarrow R$, given by $f(x) = 2x$ is one-one and onto.

14 $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

2

Find the value of $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

Prove that $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

15 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, तो $A \cdot B$ ज्ञात कीजिए।

2

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, then find $A \cdot B$.

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, तो $(A + 2B)'$ ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, then find $(A + 2B)'$.

18 वृत्त $x^2 + y^2 = 25$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

3

Find the area of the region bounded by the circle $x^2 + y^2 = 25$.

अथवा / OR

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

19 अवकल समीकरण $(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 3

Find the general solution of the differential equation

$$(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0.$$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y + x \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} - y + x \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0.$$

20 $\int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

4

Find the value of $\int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} dx$.

अथवा / OR

$\int e^x \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int e^x \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$.

21 p का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएँ $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$ और

4

$$\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5} \text{ परस्पर लंब हो।}$$

Find the value of p so that the lines $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$ and

$$\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5} \text{ are mutually perpendicular.}$$

अथवा / OR

$$\text{रेखाओं } \vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।}$$

Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}).$$

22 निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

Solve the following system of equation by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

If $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$, then verify that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

23 यदि $y = \cos^{-1} x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

4

If $y = \cos^{-1} x$, then prove that $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

अथवा / OR

यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $(\cos x)^y = (\cos y)^x$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.